МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования**

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе

на тему **«Метод Гаусса. Метод деления и вычитания»**

|  |
| --- |
| Выполнил студент гр. Б8203 а  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.В.Чори |
| Проверил доцент  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (оценка) |

г. Владивосток

2016

# Введение

В данной лабораторной работе будет рассмотрена одна из модификаций метода Гаусса нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Метод деления и вычитания – одна из эвристик метода Гаусса для приведения матрицы коэффициентов СЛАУ к верхнему треугольному виду.

# Термины, определения, обозначения и сокращения

В настоящей письменной работе применены следующие термины с соответствующими определениями

**СЛАУ** – система линейных алгебраических уравнений

**Матрица верхнего треугольного вида** – матрица, у которой все элементы ниже главной диагонали равны нулю. Все её элементы удовлетворяют формуле (1).

*(1)*

**IEEE-754** – стандарт, описывающий формат представления чисел с плавающей точкой.

# Постановка задачи

Написать программу на языке программирования C++, которая реализует метод деления и вычитания (одну из эвристик метода Гаусса) для решения СЛАУ, с целью полностью разобраться и понять принцип работы и преимущество этого метода перед классическим методом Гаусса.

# Метод решения

При приведении СЛАУ к верхнему треугольному виду (Матрица верхнего треугольного вид**а** – матрица, у которой все элементы ниже главной диагонали равны нулю. Все её элементы удовлетворяют формуле (1)

*(1)*

) операции исключения неизвестной должны иметь вид:

1. Каждая строка рассматриваемого минора делится на первый элемент этой строки, если он не равен нулю. В случае если он равен нулю, деление не производится (т.к. фактически, неизвестная из этой строки уже исключена).
2. Выбирается одна строка, в которой останется исключаемая неизвестная. Эта строка вычитается из всех остальных.

В общем случае можно записать формулой (2):

*(2)*

# Алгоритм решения

На вход программе подаётся размерность *size*, невырожденная квадратная матрица *А* размерности size и столбец свободных членов *b*. Из *A* и *b* формируется СЛАУ, которая в программе записана в переменную *a*. Приведённый ниже код реализует формулу (2), после чего *a* соответствует СЛАУ, состоящей из матрицы треугольного вида и нового соответствующего столбца свободных членов *b\**:

**for** (**int** i = 0; i < size; i++) { //внешний цикл, перебирающий миноры матрицы a, чтобы исключить неизвестную из первого столбца минора  
 **for** (**int** j = i; j < size; j++) { //цикл, перебирающий строки минора  
 **if** ((a[j][i] == 0) || (a[j][i] == 1)) //пропустить строку, если неизвестная исключена или её коэффициент уже равен 1  
 **continue**;  
 **if** (i == j) { //разделить все элементы первой строки минора на первый элемент  
 **for** (**int** k = size; k >= i; k--) {  
 a[j][k] /= a[j][i];  
 }  
 } **else** { //иначе разделить все элементы строки на её первый элемент и вычесть соответствующий элемент первой строки  
 **for** (**int** k = size; k >= i; k--) {  
 a[j][k] = a[j][k] / a[j][i] - a[i][k];  
 }  
 }  
 }  
}

От классического метода Гаусса отличается тем, что деление на первый элемент выполняется для каждой строки. Это чревато большей потерей точности вследствие особенностей типа данных *double*. Однако, в некоторых ситуациях это ускоряет приведение матрицы к верхнему треугольному виду. В таких ситуациях как: когда первый элемент строки уже равен единице или уже равен нулю. В первом случае мы имеем право просто вычесть из строки, с которой мы работаем, зафиксированную; а во втором – ничего и делать не нужно, ведь неизвестная уже исключена из рассматриваемой строки.

После выполнения этого шага для получения вектора-решения необходимо выполнить преобразование, которое выражается формулой (3) и приведено в следующем коде:

*(3)*

**for** (**int** i = size - 1; i > 0; i--) {  
 **for** (**int** j = i - 1; j >= 0; j--) {  
 a[j][size] -= a[i][size] \* a[j][i];  
 a[j][i] = 0;  
 }  
}

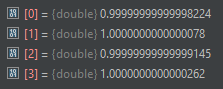
# Спецификация используемых функций и типов данных

*Тип данных элементов матрицы – double.* Double – числа с плавающей точкой. Соответствуют стандарту IEEE-754.

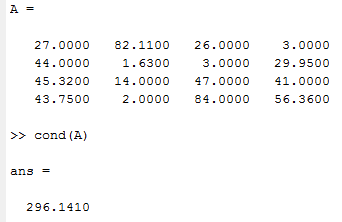
*Класс: матрица.* Созданный класс, моделирующий математическое понятие матрицы. Поддерживает методы «Узнать размер» и «Получить элемент по номеру».

# Тесты

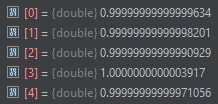
1. Входные данные: *n* = 4,

Выходные данные: 

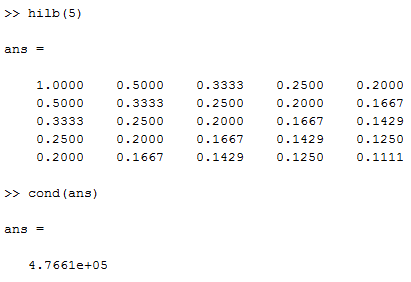
Получен верный результат с ошибкой в 14 знаке после запятой. Такая погрешность возникает из-за особенностей типа данных double, а также из-за числа обусловленности матрицы *A:*



1. Входные данные: матрица Гильберта размерности 5,

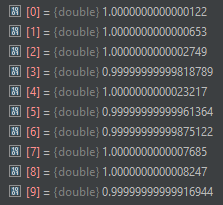
Выходные данные: 

Получен верный результат с ошибкой в 15 знаке полсе запятой. Такая погрешность возникает из-за особенностей типа данных *double*, а также из-за числа обусловленности матрицы *А*:

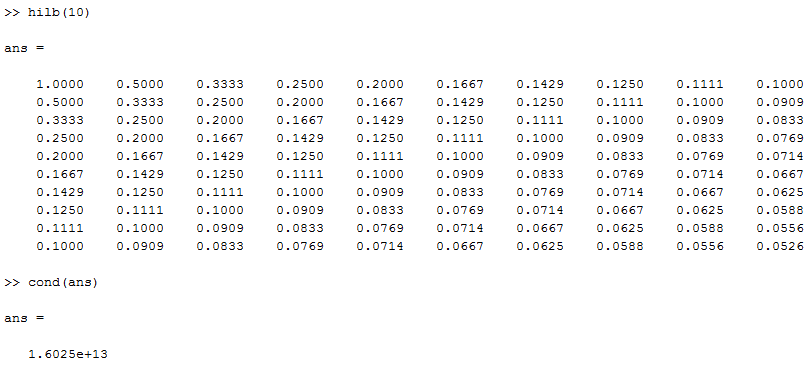


# Численный эксперимент

Входные данные: матрица Гильберта размерности 10,

Выходные данные: 

Получен результат с ошибкой в 15 знаке после запятой. Такая погрешность возникает из-за особенностей типа данных *double*, а также из-за числа обусловленности матрицы *А*:



# Вывод

На приведённых выше примерах мы рассмотрели описание работы метода Гаусса делением и вычитанием и сам метод в действии. Основываясь на полученных результатах тестов и численного эксперимента, мы можем констатировать, что данный метод

1. *Универсален* – не требует каких-либо ограничений от СЛАУ, подаваемой на вход кроме того, чтобы она имела единственное решение;
2. *Устойчив –* достаточно хорошо работает даже на больших матрицах с большим числом обусловленности, это слабо влияет на точность вычисленного результата;
3. *Теряет точность* только с ростом числа операций с данными типа *double* вследствие внутреннего устройства этого типа.